МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 51: 621.891 10.23947/1992-5980-2017-17-3-27-37

Расчетная модель радиального подшипника, смазываемого расплавом, с учетом зависимости вязкости от давления*

К. С. Ахвердиев[1], Е. О. Лагунова[2], В. В. Василенко[3]**
[1,2,3] Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Design model of radial melt-lubricated bearing with account of pressure-viscosity ratio ***

K. S. Akhverdiev[1], E. O. Lagunova[2], V. V. Vasilenko[3]**
[1,2,3] Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Статья посвящена разработке расчетной модели бесконечного радиального подшипника, смазываемого расплавом легкоплавкого покрытия, с учетом зависимости вязкости смазочного материала от давления. Рассмотрены параметры, обусловленные расплавом легкоплавкого покрытия подшипниковой втулки от удельной теплоты плавления, и зависимости вязкости смазочного материала от давления. Дана оценка влияния указанных факторов на основные рабочие характеристики трибосистемы. Цель работы — формирование уточненных расчетных моделей бесконечных радиальных подшипников, работающих в режиме гидродинамического смазывания при наличии смазочного материала и расплава легкоплавкого покрытия подшипниковой втулки, с учетом зависимости смазочного материала от давления для применения в инженерной практике.
Материалы и методы. Предложены новые математические модели, описывающие движение несжимаемого смазочного материала в приближении для тонкого слоя, уравнение неразрывности и выражения скорости диссипации энергии для определения профиля расплавленной поверхности легкоплавкого покрытия подшипниковой втулки с учетом влияния ряда дополнительных факторов. Выполнен сравнительный анализ вновь полученных и уже имеющихся результатов, что подтвердило приближенность новой модели к реальной практике.
Результаты исследования. Разработаны новые многопараметрические выражения для основных рабочих характеристик рассматриваемой пары трения, учитывающих зависимость смазочного материала от давления при наличии смазочного материала и расплава легкоплавкого покрытия подшипниковой втулки. Дана оценка влияния параметров, учитывающих целую гамму переменных факторов, обусловленных расплавом поверхности легкоплавкого покрытия подшипниковой втулки от удельной теплоты плавления.
Обсуждение и заключения. В предлагаемой работе обобщено влияние пока еще не исследованных факторов, что существенно усложняет задачу, но делает ее решение универсальным и востребованным в современных трибоузлах. Результаты численного анализа полученных теоретических исследова-

Introduction. The development of the design model of the infinite radial bearing greased by the fusible coating melt with account of the lubricant pressure-viscosity ratio is considered. The parameters caused by the fusible coating melt of the bearing bush against the specific heat of fusion, and the lubricant pressure-viscosity ratio, are studied. The effect of these factors on the key operating data of the tribosystem is estimated. The work objective is the generation of the refined design models of infinite radial bearings operating in the hydrodynamic lubrication mode with a lubricant and a fusible coating melt of the bearing bush taking into account the lubricant pressure-viscosity ratio for the application in the engineering practice.
Materials and Methods. New mathematical models describing the incompressible lubricant movement to the approximation for a thin layer, the equation of continuity, and the energy dissipation rate ratio, for determining the profile of the melted surface of the fusible coating of the bearing bush with account of the effect of several supplementary factors, are proposed. A comparative analysis of the newly obtained and already available results is performed. That has confirmed the approximation of the new model to the actual practice.
Research Results. New multiparameter expressions for the key operating characteristics of the friction pair under study taking into account the lubricant pressure-viscosity ratio in the presence of a lubricant and a fusible coating melt of the bearing bushing are developed. The effect of the parameters considering a whole array of variables caused by the fusible coating melt of the bearing bushing on the specific heat of fusion is estimated.
Discussion and Conclusions. The influence of the factors not yet studied which essentially complicates the task but makes its solution universal and required in the present-day tribological components, is summarized. The numerical analysis results of the ob-

* Работа выполнена по гранту ОАО РЖД № 2210370/22.12.2016 на развитие научно-педагогических школ в области железнодорожного транспорта.
** E-mail: vm@rgups.ru, murman1963@yandex.ru, lagunova@rambler.ru, vvv_voen@rgups.ru
*** The research is done on Russian Railways JSC grant no. 2210370/22.12.2016 for the development of scientific and pedagogical schools in railway transportation.

ний показывают, что опоры скольжения, работающие на расплаве легкоплавкого покрытия, обладают аномально низким коэффициентом трения (зависимость коэффициента трения от параметра, обусловленного расплавом, близкая линейной). Полученные результаты могут быть использованы в условиях, когда подача смазочного материала связана с трудностями, в частности, в таких отраслях, как машиностроение, авиастроение, приборостроение и т. д.

tained theoretical studies show that slider bearings operating on the fusible coating melt have an abnormally low friction factor (the friction coefficient depends on the parameter due to the melt which is close to linear). The obtained results can be used under the conditions when the lubricant supply involves some problems, in particular, in such branches as engineering, aircraft building, instrument making, etc.

Ключевые слова: гидродинамика, радиальный подшипник, вязкий несжимаемый жидкий смазочный материал, расплавленная поверхность подшипниковой втулки, зависимость вязкости смазочного материала от давления.

Keywords: hydrodynamics, radial bearing, viscous incompressible liquid lubricant, melted surface of bearing bush, lubricant pressure-viscosity ratio.

Образец для цитирования: Ахвердиев, К. С. Расчетная модель радиального подшипника, смазываемого расплавом, с учетом зависимости вязкости от давления / К. С. Ахвердиев, Е. О. Лагунова, В. В. Василенко // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2017. — Т.17, № 3. — С. 27–37.

For citation: K.S. Akhverdiev, E.O. Lagunova, V.V. Vasilenko. Design model of radial melt-lubricated bearing with account of pressure-viscosity ratio. Vestnik of DSTU, 2017, vol. 17, no.3, pp. 27–37.

Введение. В современном машиностроении трибоузлы для новых машин проектируются, как правило, с учетом увеличения статических и ударных нагрузок, действующих на опоры скольжения. Следует отметить, что одним из важнейших конструктивных элементов подшипников жидкостного трения является смазочная среда.

Одним из методов решения конструктивно-эксплуатационных задач может быть применение смазывания расплавом легкоплавкого покрытия подшипниковых втулок.

В настоящее время существует значительное число технологий диффузионной металлизации, большинство из которых являются сложными, требуют применения дорогостоящего оборудования, что делает их промышленно нереализуемыми. На этом фоне выгодно отличается технология диффузионной металлизации сталей из среды легкоплавких жидкометаллических растворов. Ее перспективность связана с простотой реализации, возможностью использования стандартного термического оборудования, совмещения данной технологии с термической обработкой покрываемых изделий и т. п. Однако самое главное — возможность получения качественных изделий и регулирования свойств покрытий за счет варьирования технологических режимов.

Диффузионная металлизация из среды легкоплавких жидкометаллических растворов основана на явлении селективного изотермического переноса металлических элементов на металлические материалы [1–4]. Технологически данный процесс осуществляется путем погружения и выдержки изделий в легкоплавком расплаве, содержащем в растворенном состоянии элемент, на базе которого формируются диффузионные покрытия.

Использование данной технологии позволяет получать на поверхности изделий однокомпонентные и многокомпонентные диффузионные покрытия на базе различных металлических элементов.

Смазывание жидкими металлами применяют при температурах, при которых обычные смазочные среды претерпевают необратимые физико-химические изменения. Преимущество смазывания расплавом состоит в том, что смазочный материал образуется в области контакта, где это необходимо. Плавление доставляет достаточное количество смазочного материала в зону трения, механические и конструктивные сложности, связанные с его подачей, отсутствуют. Смазывание расплавом изучалось во многих прикладных задачах, в частности в процессах формоизменения и резания металлов [5–7]. Большое количество работ [8–14] посвящено гидродинамическому расчету радиальных подшипников бесконечной длины в условиях отсутствия смазочного вещества и учета зависимости вязкости смазочного материала от давления. Существенным недостатком рассматриваемой пары трения, работающей на смазывании расплавом, является низкая несущая способность. Кроме того, процесс смазывания не является самоподдерживающимся.

Таким образом, разработка расчетной модели подшипников скольжения, работающих на смазочных материалах в виде металлических расплавов, с учетом вышеуказанных аспектов функционирования, представляет собой одно из перспективных направлений теоретических исследований современной трибологии. Последнее определяет новизну и актуальность полученного решения.

Научная новизна предлагаемого решения и уточнения расчетной модели заключается в оценке влияния параметра, обусловленного расплавом легкоплавкого покрытия подшипниковой втулки, и параметра, характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от давления, обеспечивающих опорам скольжения аномально низкий коэффициент трения.

Цель работы: формирование уточненной расчетной модели опоры скольжения в режиме гидродинамического смазывания при наличии смазочного материала и расплава легкоплавкого покрытия подшипниковой втулки с учетом зависимости вязкости смазочного материала от давления.

Постановка задачи. Рассматривается модель установившегося движения вязкого несжимаемого смазочного материала в рабочем зазоре бесконечного радиального подшипника скольжения, покрытого легкоплавким расплавом.

Вал вращается с угловой скоростью Ω, а подшипниковая втулка неподвижна. Предполагается, что пространство между эксцентрично расположенными валом и подшипником полностью заполнено смазочным материалом, а подшипниковая втулка выполнена из материала с низкой температурой плавления.

Рассматриваются условия, когда все тепло, выделяющееся в смазочной пленке, идет на плавление поверхности материала подшипниковой втулки.

Задается следующая зависимость вязкости смазочного материала от давления:

$$\mu' = \mu_0 e^{\tilde{\alpha} p'}, \tag{1}$$

где μ_0 — характерная вязкость; μ' — коэффициент динамической вязкости смазочного материала; p' — гидродинамическое давление в смазочном слое; $\tilde{\alpha}$ — постоянная.

Исходные уравнения и граничные условия. Движение смазочного материала описывается уравнением течения вязкой несжимаемой жидкости в приближении для тонкого слоя и уравнением неразрывности:

$$\mu' \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r'^2} = \frac{dp'}{d\theta}, \quad \frac{\partial v_{r'}}{\partial r'} + \frac{v_{r'}}{r'} + \frac{1}{r'}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0. \tag{2}$$

Здесь $v_\theta, v_{r'}$ — компоненты вектора скорости смазочной среды; p' — гидродинамическое давление в смазочном слое; μ' — коэффициент динамической вязкости.

Рассмотрим полярную систему координат с полюсом в центре подшипниковой втулки (рис. 1).

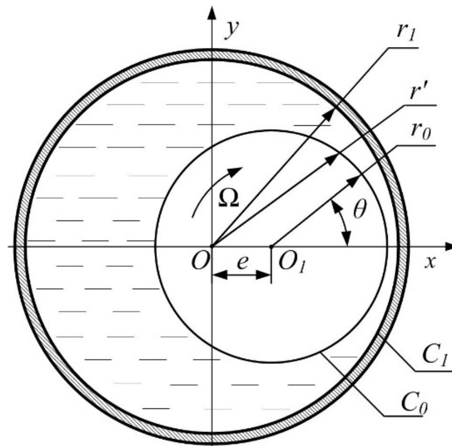


Рис. 1. Расчетная схема радиального подшипника с легкоплавким покрытием

Fig. 1. Analytic model of radial bearing with fusible coating

В этом случае уравнения контура вала расплавленной поверхности легкоплавкого покрытия подшипниковой втулки и поверхности подшипниковой втулки, покрытой металлическим расплавом, запишем в виде:

$$r' = r_0\left(1 + H\right), \quad r' = r_1, \qquad r' = r_1 + \lambda' f\left(\theta\right), \tag{3}$$

где $H = \varepsilon\cos\theta - \frac{1}{2}\varepsilon^2 \sin^2\theta + ...,\quad \varepsilon = \frac{e}{r_0}$; r_0 — радиус вала; r_1 — радиус подшипниковой втулки, покрытой металлическим расплавом; e — эксцентриситет; ε — относительный эксцентриситет; $\lambda' f\left(\theta\right)$ — ограниченная функция при $\theta \in \left[0 \div 2\pi\right]$ подлежит определению.

Граничные условия в рассматриваемом случае с точностью до членов $O(\varepsilon^2)$ запишем в виде:

$$\begin{gathered} v_\theta = 0, \quad v_{r'} = 0 \quad при \quad r' = r_1 + \lambda' f\left(\theta\right); \\ v_\theta = r_0\Omega, \quad v_{r'} = -\Omega e \sin\theta, \quad при \quad r' = r_0 + e\cos\theta; \\ p'\left(0\right) = p'\left(2\pi\right) = \frac{p_g}{p^*}. \end{gathered} \tag{4}$$

Для определения функции $\lambda' f(\theta)$, обусловленной расплавленной поверхностью подшипника, воспользуемся формулой скорости диссипаций энергий:

$$\frac{d\lambda' f(\theta) r_0}{d\theta} \cdot \Omega L' = 2\mu \int\limits_{r_1+\lambda' f(\theta)}^{r_0+e\cos\theta} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r'}\right)^2 dr', \qquad (5)$$

где L' — удельная теплота плавления на единицу объема.

Переход к безразмерным переменным реализуется на основе следующих формул:

$$r' = r_1 - \delta r,\ \delta = r_1 - r_0; \quad v_\theta = \Omega r_0 v; \quad v_{r'} = \Omega\delta u; \quad p' = p^* p; \quad p^* = \frac{\mu_0 \Omega r_0^2}{\delta^2};$$
$$\mu' = \mu_0 \mu; \quad \tilde{\alpha} = \frac{\alpha}{p^*}. \qquad (6)$$

Выполняя подстановку (6) в систему дифференциальных уравнений (2) и (5), а также в граничные условия (4), придем к следующей системе дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} = e^{-\alpha p}\frac{dp}{d\theta}; \qquad \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0; \qquad (7)$$

$$\frac{d\lambda' f(\theta)}{d\theta} = -K \int\limits_{-\eta_1 f(\theta)}^{1-\eta\cos\theta} \left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2 dr, \qquad K = \frac{2\mu\Omega r_0}{L'\delta} \qquad (8)$$

и граничным условиям:

$$v = 1, \quad u = -\eta\sin\theta, \quad при \quad r = 1 - \eta\cos\theta;$$
$$v = 0, \quad u = 0 \quad при \quad r = 0 - \Phi(\theta); \quad p(0) = p(2\pi) = \frac{p_g}{p^*}, \qquad (9)$$

где $\eta = \frac{e}{\delta}; \quad \eta_1 = \frac{\lambda'}{\delta}; \quad \Phi(\theta) = \eta_1 f(\theta).$

Пусть $Z = e^{-\alpha p}$. Продифференцировав обе части равенства, получим:

$$\frac{dZ}{d\theta} = -\alpha e^{-\alpha p}\frac{dp}{d\theta} \quad \text{или} \quad e^{-\alpha p}\frac{dp}{d\theta} = -\frac{1}{\alpha}\frac{dZ}{d\theta}.$$

Тогда уравнения (7) и (8) примут следующий вид:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} = -\frac{1}{\alpha}\frac{dZ}{d\theta}; \qquad \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0; \qquad (10)$$

$$Z\frac{d\Phi(\theta)}{d\theta} = -K \int\limits_{0}^{1-\eta\cos\theta} \left(\frac{\partial v_0}{\partial r}\right)^2 dr \qquad (11)$$

с соответствующими граничными условиями:

$$v = 1, \quad u = -\eta\sin\theta, \quad при \quad r = 1 - \eta\cos\theta;$$
$$v = 0, \quad u = 0 \quad при \quad r = 0 - \Phi(\theta); \quad Z(0) = Z(2\pi) = e^{-\alpha\frac{p_g}{p^*}}. \qquad (12)$$

В качестве малого параметра принимая K, обусловленный расплавом и скоростью диссипации энергии, будем искать функцию $\Phi(\theta)$ в виде:

$$\Phi(\theta) = -K\,\Phi_1(\theta) - K^2\,\Phi_2(\theta) - K^3\,\Phi_3(\theta) - \ldots = H \qquad (13)$$

где $H = -K\,\Phi_1(\theta) - K^2\,\Phi_2(\theta) - K^3\,\Phi_3(\theta) - \ldots$.

Граничные условия для безразмерных компонентов скорости u и v на контуре $r = -\Phi(\theta)$ можно записать в виде:

$$u(0 - H(\theta)) = v(0) - \left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_{r=0} H(\theta) - \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}\right)_{r=0} H^2(\theta) - \ldots = 0$$

$$u(0 - H(\theta)) = u(0) - \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=0} H(\theta) - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\right)_{r=0} H^2(\theta) - \ldots = 0 \qquad (14)$$

Асимптотическое решение системы дифференциальных уравнений (10)–(11) с учетом граничных условий (12) и (14) будем искать в виде рядов по степеням малого параметра K:

$$v = v_0(r,\theta) + Kv_1(r,\theta) + K^2 v_2(r,\theta) + ...;$$
$$u = u_0(r,\theta) + Ku_1(r,\theta) + K^2 u_2(r,\theta) + ...;$$
$$\Phi(\theta) = -K\Phi_1(\theta) - K^2\Phi_2(\theta) - K^3\Phi_3(\theta) - \ldots;$$
$$\Phi(\theta) = -K\,\Phi_1(\theta) - K^2\,\Phi_2(\theta) - K^3\,\Phi_3(\theta) - ...;$$
$$Z = Z_0 + KZ_1(\theta) + K^2 Z_2(\theta) + K^3 Z_3(\theta)... \tag{15}$$

Выполняя подстановку (15) в систему дифференциальных уравнений (10)–(11) с учетом граничных условий (12), получим следующие уравнения.

Для нулевого приближения:

$$\frac{\partial^2 v_0}{\partial r^2} = -\frac{1}{\alpha}\frac{dZ_0}{d\theta}, \qquad \frac{\partial v_0}{\partial\theta} + \frac{\partial u_0}{\partial r} = 0 \tag{16}$$

с граничными условиями

$$\begin{gathered} v_0 = 1, \quad u_0 = -\eta\sin\theta \quad \textit{при} \quad r = 1 - \eta\cos\theta; \\ v_0 = 0, \quad u_0 = 0 \quad \textit{при} \quad r = 0; \end{gathered} \tag{17}$$

$$Z_0(0) = Z_0(2\pi) = e^{-\alpha\frac{p_g}{p^*}}.$$

Для первого приближения:

$$\begin{gathered} \frac{\partial^2 v_1}{\partial r^2} = -\frac{1}{\alpha}\frac{dZ_1}{d\theta}; \quad \frac{\partial v_1}{\partial\theta} + \frac{\partial u_1}{\partial r} = 0; \\ -Z_0\frac{d\Phi_1(\theta)}{d\theta} = \int\limits_0^{1-\eta\cos\theta}\left(\frac{\partial v_0}{\partial r}\right)^2 dr \end{gathered} \tag{18}$$

с граничными условиями

$$\begin{gathered} v_1 = \left(\frac{\partial v_0}{\partial r}\right)_{r=0}\cdot\Phi_1(\theta); \qquad u_1 = \left(\frac{\partial u_0}{\partial r}\right)_{r=0}\cdot\Phi_1(\theta); \\ v_1 = 0; \quad u_1 = 0 \quad \textit{при} \quad r = 1 - \eta\cos\theta; \\ Z_1(0) = Z_1(2\pi) = 0; \quad K\Phi_1(0) = K\tilde{\alpha}, \quad \Phi(0) = \Phi(2\pi) = \tilde{\alpha}. \end{gathered} \tag{19}$$

Точное автомодельное решение. Точное автомодельное решение задачи для нулевого приближения будем искать в виде:

$$\begin{gathered} v_0 = \frac{\partial\psi_0}{\partial r} + V_0(r,\theta); \quad u_0 = -\frac{\partial\psi_0}{\partial\theta} + U_0(r,\theta); \\ \psi_0(r,\theta) = \tilde{\psi}_0(\xi); \quad \xi = \frac{r}{1-\eta\cos\theta}; \\ V_0(r,\theta) = \tilde{v}(\xi); \quad U_0(r,\theta) = -\tilde{u}_0(\xi)\cdot h'(\theta); \\ \frac{dZ_0}{d\theta} = -\alpha\left(\frac{\tilde{C}_1}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3(\theta)}\right); \quad h(\theta) = 1 - \eta\cos\theta. \end{gathered} \tag{20}$$

Подставляя (20) в систему дифференциальных уравнений (16) с учетом граничных условий (17), получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\tilde{\psi}_0'' = \tilde{C}_2; \quad \tilde{v}_0'' = \tilde{C}_1; \quad \tilde{u}_0'(\xi) - \xi\tilde{v}_0'(\xi) = 0 \tag{21}$$

и граничные условия:

$$\begin{gathered} \tilde{\psi}_0'(0) = 0, \quad \tilde{\psi}_0'(1) = 0, \quad \tilde{u}_0(1) = -\eta\sin\theta, \quad \tilde{v}_0(1) = 0; \\ \tilde{u}_0(0) = 0, \quad \tilde{v}_0(0) = 1, \quad \int\limits_0^1 \tilde{v}_0(\xi)\,d\xi = 0. \end{gathered} \tag{22}$$

Непосредственным интегрированием получим:

$$\tilde{\psi}_0'(\xi) = \frac{\tilde{C}_2}{2}\left(\xi^2 - \xi\right), \quad \tilde{v}_0(\xi) = \tilde{C}_1\frac{\xi^2}{2} - \left(1 + \frac{\tilde{C}_1}{2}\right)\xi + 1, \ \tilde{C}_1 = 6. \tag{23}$$

Из условия $Z_0(0) = Z_0(2\pi) = e^{-\alpha\frac{p_g}{p^*}}$ получим следующее выражение:

$$\tilde{C}_2 = -C_1 \frac{\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{h^2(\theta)}}{\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{h^3(\theta)}} = -\frac{12\left(1-\eta^2\right)}{2+\eta^2}. \qquad (24)$$

Определение гидродинамического давления. С учетом (24) для Z_0 получим:

$$Z_0 = -\alpha\left(\tilde{C}_1 J_2(\theta) + \tilde{C}_2 J_3(\theta)\right) + e^{-\alpha\frac{p_g}{p^*}} = \frac{6\alpha\sin\theta}{\left(2+\eta^2\right)(1-\eta\cos\theta)}\left(\eta + \frac{1}{(1-\eta\cos\theta)}\right) + e^{-\alpha\frac{p_g}{p^*}}. \qquad (25)$$

Общеизвестно, что в случае решения задачи плоской гидродинамической теории смазки давление определяется с точностью до произвольной постоянной. Значение этой постоянной $\tilde{C}_2$ устанавливается из условия отсутствия отрицательных значений давления в смазочном слое.

Для нахождения значения Z для первого приближения необходимо сначала определить функцию $\Phi_1(\theta)$.

Для определения $\Phi_1(\theta)$ с учетом уравнения (22) придем к следующему уравнению:

$$\frac{d\Phi_1(\theta)}{d\theta} = \frac{h(\theta)}{Z_0}\int_0^1 \left(\frac{\tilde{\psi}_0''(\xi)}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{v}_0'(\xi)}{h(\theta)}\right)^2 d\xi. \qquad (26)$$

Интегрируя уравнение (26), получим:

$$\Phi_1(\theta) = \int_0^\theta \frac{\Delta_1 d\theta}{Z_0 h^3(\theta)} + \int_0^\theta \frac{\Delta_2 d\theta}{Z_0 h^2(\theta)} + \int_0^\theta \frac{\Delta_3 d\theta}{Z_0 h(\theta)}, \qquad (27)$$

где $\Delta_1 = \int_0^1 \left(\tilde{\psi}''(\xi)\right)^2 d\xi = \frac{\tilde{C}_2^2}{12}$; $\Delta_2 = \int_0^1 2\tilde{\psi}''(\xi)\cdot\tilde{v}'(\xi)d\xi = \frac{1}{6}\tilde{C}_1\tilde{C}_2$; $\Delta_3 = \int_0^1 \left(\tilde{v}'(\xi)\right)^2 d\xi = 4$;

$$\sup_{[0\div 2\pi]} Z_0 = \sup_{[0\div 2\pi]}\left|\frac{6\alpha\sin\theta}{\left(2+\eta^2\right)(1-\eta\cos\theta)}\left(\eta + \frac{1}{(1-\eta\cos\theta)}\right) + e^{-\alpha\frac{p_g}{p^*}}\right| = \frac{1}{64}. \qquad (28)$$

Решая уравнения (27)–(28) с учетом $\Phi_1(0) = \tilde{\alpha}$, получим:

$$\Phi_1(\theta) = \frac{1}{64}\left[\frac{4\left(1+2\eta^2\right)}{\left(2+\eta^2\right)}\operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{1+\eta}{1-\eta}}\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\right) - \frac{6\eta\left(2\eta^2+1\right)\sin\theta}{\left(2+\eta^2\right)^2(1-\eta\cos\theta)} + \frac{6\left(1-\eta^2\right)\sin\theta}{\left(2+\eta^2\right)^2(1-\eta\cos\theta)^2}\right] + \tilde{\alpha}. \qquad (29)$$

Точное автомодельное решение задачи для первого приближения будем искать в виде:

$$v_1 = \frac{\partial\psi_1}{\partial r} + V_1(r,\theta); \quad u_1 = -\frac{\partial\psi_1}{\partial\theta} + U_1(r,\theta);$$

$$\psi_1(r,\theta) = \tilde{\psi}_1(\xi); \quad \xi = \frac{r}{1-\eta\cos\theta};$$

$$V_1(r,\theta) = \tilde{v}(\xi); \quad U_1(r,\theta) = -\tilde{u}_1(\xi)\cdot h'(\theta);$$

$$\frac{dZ_1}{d\theta} = -\alpha\left(\frac{\tilde{\tilde{C}}_1}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{\tilde{C}}_2}{h^3(\theta)}\right); \quad h(\theta) = 1-\eta\cos\theta. \qquad (30)$$

Подставляя (30) в систему дифференциальных уравнений (18) с учетом граничных условий (19), получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\tilde{\psi}_1'''(\xi) = \tilde{\tilde{C}}_2; \quad \tilde{v}''(\xi)_1 = \tilde{\tilde{C}}_1; \quad \tilde{u}_1'(\xi) - \xi\tilde{v}_1'(\xi) = 0 \qquad (31)$$

и граничные условия:

$$\tilde{\psi}_1'(0) = 0, \quad \tilde{\psi}_1'(1) = 0, \quad \tilde{u}_1(1) = 0, \quad \tilde{v}_1(1) = 0;$$

$$\tilde{u}_1(0) = 0, \quad \tilde{v}_1(0) = M, \quad \int_0^1 \tilde{v}_1(\xi)d\xi = 0. \qquad (32)$$

Непосредственным интегрированием получим:

$$\tilde{\psi}_1'(\xi) = \frac{\tilde{\tilde{C}}_2}{2}\left(\xi^2 - \xi\right), \quad \tilde{v}_1(\xi) = \tilde{\tilde{C}}_1\frac{\xi^2}{2} + \left(\frac{\tilde{\tilde{C}}_1}{2} - M\right)\xi + M, \; \tilde{\tilde{C}}_1 = 6M. \qquad (33)$$

Из условия $Z_1(0) = Z_1(2\pi) = 0$ получим следующее выражение:

$$\tilde{\tilde{C}}_2 = -\frac{12M\left(1-\eta^2\right)}{2+\eta^2}, \tag{34}$$

где

$$M = \sup_{\theta\in[0:2\pi]}\left|\left.\frac{\partial v_0}{\partial r}\right|_{r=0}\cdot\Phi_1(\theta)\right| = \sup_{\theta\in[0:2\pi]}\left(\frac{-2}{1-\eta\cos\theta}+\frac{6\left(1-\eta^2\right)}{\left(2+\eta^2\right)\left(1-\eta\cos\theta\right)^2}\right)\times$$

$$\times\left[\frac{1}{64}\left(\frac{4\left(1+2\eta^2\right)}{\left(2+\eta^2\right)}\mathrm{arctg}\left(\sqrt{\frac{1+\eta}{1-\eta}}\mathrm{tg}\frac{\theta}{2}\right)-\frac{6\eta\left(2\eta^2+1\right)\sin\theta}{\left(2+\eta^2\right)^2\left(1-\eta\cos\theta\right)}+\frac{6\left(1-\eta^2\right)\sin\theta}{\left(2+\eta^2\right)^2\left(1-\eta\cos\theta\right)^2}\right)+\tilde{\alpha}\right].$$

С учетом (34) для Z_1 получим:

$$Z_1 = -\alpha\left(\tilde{\tilde{C}}_1 J_2(\theta)+\tilde{\tilde{C}}_2 J_3(\theta)\right) = \frac{6\alpha M\sin\theta}{\left(2+\eta^2\right)\left(1-\eta\cos\theta\right)}\left(\eta+\frac{1}{\left(1-\eta\cos\theta\right)}\right). \tag{35}$$

Тогда для $Z = Z_0 + KZ_1$ получим следующее выражение:

$$Z = \frac{6\alpha\sin\theta}{\left(2+\eta^2\right)\left(1-\eta\cos\theta\right)}\left(\eta+\frac{1}{\left(1-\eta\cos\theta\right)}\right)\left(1+KM\right)+e^{-\alpha\frac{p_g}{p^*}} \tag{36}$$

или $e^{-\alpha p} = \Delta\alpha\left(1+KM\right)+e^{-\alpha\frac{p_g}{p^*}}$,

где $\Delta = \dfrac{6\sin\theta}{\left(2+\eta^2\right)\left(1-\eta\cos\theta\right)}\left(\eta+\dfrac{1}{\left(1-\eta\cos\theta\right)}\right)$.

Применяя разложение в ряд Тейлора для функций $e^{-\alpha p}$, $e^{-\alpha\frac{p_g}{p^*}}$, получим:

$$1-\alpha p+\frac{\alpha^2p^2}{2}-1+\alpha\frac{p_g}{p^*}-\frac{\alpha^2}{2}\left(\frac{p_g}{p^*}\right)^2 = \alpha\Delta\left(1+KM\right). \tag{37}$$

Решая уравнение (37) с точностью до членов $O(\alpha)^3$, $O(\xi)^2$, $O\left(\frac{p_g}{p^*}\right)^3$ для гидродинамического давления, получим

$$p = \frac{P_g}{P^*}-\Delta\left(1+KM\right)\left(1+\alpha\frac{p_g}{p^*}-\frac{\alpha^2}{2}\left(\frac{p_g}{p^*}\right)^2\right). \tag{38}$$

Результаты исследований и их обсуждение. Перейдем к определению основных рабочих характеристик подшипника.

С учетом (16), (18) и (38) для составляющей вектора поддерживающей силы и силы трения получим:

$$R_y = \frac{\mu_0\Omega r_0^3}{\delta^2}\int_0^{2\pi}\left(p-\frac{P_g}{P^*}\right)\sin\theta d\theta = \frac{6\mu_0\Omega r_0^3\pi\left(1+KM\right)\left(\eta\left(1-\eta^2\right)+1\right)}{\delta^2\left(2+\eta^2\right)\sqrt{\left(1-\eta^2\right)^3}}\left(1+\alpha\frac{p_g}{p^*}-\frac{\alpha^2}{2}\left(\frac{p_g}{p^*}\right)^2\right);$$

$$L_{\text{тр}} = \frac{\mu_0\Omega r_0^2}{\delta}\int_0^{2\pi}\left[\left.\frac{\partial v_0}{\partial r}\right|_{r=0}+K\left.\frac{\partial v_1}{\partial r}\right|_{r=0}\right]d\theta = \frac{4\pi\mu_0\Omega r_0^2}{\delta}\left(\frac{-\left(1+2KM\right)}{\sqrt{1-\eta^2}}+\frac{3\left(1-\eta^2\right)\left(1+KM\right)}{\left(2+\eta^2\right)\sqrt{\left(1-\eta^2\right)^3}}\right)\left(1-\alpha p+\frac{\alpha^2p^2}{2}\right).$$

$$R_x = \frac{\mu_0\Omega r_0^3}{\delta^2}\int_0^{2\pi}\left(p-\frac{P_g}{P^*}\right)\cos\theta d\theta = 0. \tag{39}$$

Для проверочных расчетов на основе полученных теоретических моделей использованы следующие значения:

$\mu_0 = 0{,}00595$ Нс/м^2; $\eta = 0{,}3\ldots1$ м; $r_0 = 0{,}019995\ldots0{,}0493$ м;

$\Omega = 100\ldots1800$ с$^{-1}$; $\delta = 0{,}05\cdot10^{-3}\ldots0{,}07\cdot10^{-3}$; $K = 0{,}00052\ldots0{,}0000022$;

$P_g = 0{,}2$ МПа; $\alpha = 0{,}1$; $L' = 35{,}33\ldots38{,}1$ Н/м^2; $M = 0{,}16\ldots25{,}6$.

По результатам численных расчетов построены графики, приведенные на рис. 2–5.

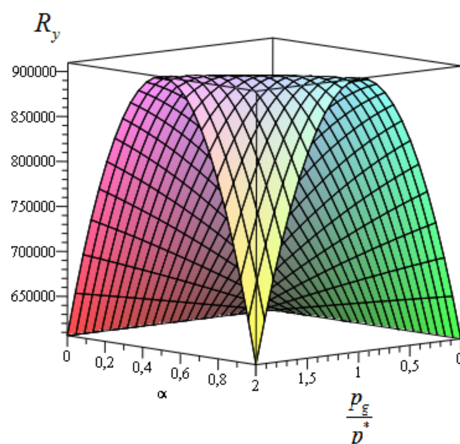


Рис. 2. Зависимость компонента поддерживающей силы (R_y) от параметра α,

характеризующего зависимость вязкости от давления, и от $\frac{p_g}{p^*}$, характеризующего давление на торцах интервала, при $K = 0$

Fig. 2. Dependence of supporting force component (R_y) on parameter α which characterizes pressure-viscosity ratio,

and on $\frac{p_g}{p^*}$ describing pressure at the interval ends at K = 0

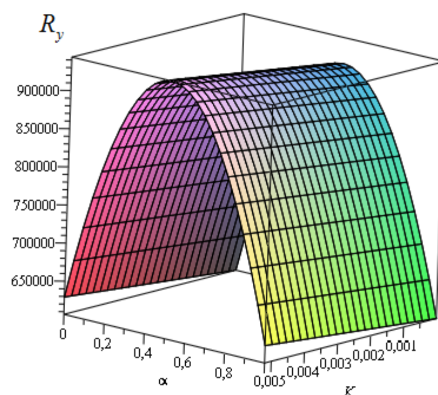


Рис. 3. Зависимость компонентов поддерживающей силы (R_y) от параметра α, характеризующего зависимость вязкости от давления, и от *K*, обусловленного расплавом и скоростью диссипации энергии

Fig. 3. Dependence of supporting force components (R_y) on parameter α which characterizes pressure-viscosity ratio, and on *K* caused by melt and energy dissipation rate

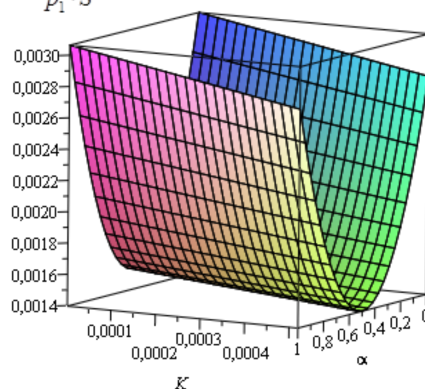


Рис. 4. Зависимость коэффициента силы трения от параметра *K*, обусловленного расплавом и скоростью диссипации энергии, и от α, характеризующего зависимость вязкости от давления

Fig. 4. Dependence of friction force factor on parameter K which caused by melt and energy dissipation rate, and on α characterizing pressure-viscosity ratio

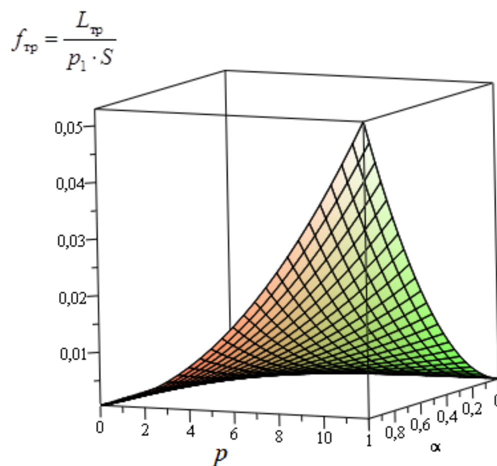


Рис. 5. Зависимость коэффициента силы трения от параметра α, характеризующего зависимость вязкости от давления, и от гидродинамического давления p, при $K = 0$

Fig. 5. Dependence of friction force factor on parameter α characterizing pressure-viscosity ratio, and on hydrodynamic pressure p at K = 0

Выводы. Анализ полученных расчетных моделей и графиков позволяет сделать ряд выводов.

1. Получена уточненная расчетная модель радиального подшипника скольжения, работающего в условиях гидродинамического смазывания расплавом легкоплавкого покрытия с учетом зависимости вязкости от давления.

2. Показан значительный вклад конструктивного параметра K, обусловленного расплавом. С увеличением конструктивного параметра K коэффициент трения уменьшается на 60 %, а несущая способность увеличивается на 16 %.

3. Зависимость коэффициента трения от конструктивного параметра K, обусловленного расплавом, близка K линейной в принятом нами приближении в пределах 0,0014–0,003.

Библиографический список

1. Кропачев, Д. Ю. Способы оперативного измерения температуры расплава металлов для нужд машиностроительных предприятий //Литье и металлургия. — 2012. — № 3 (66). — С. 126–127.

2. Уилсон, Р. Смазка с расплавом / Р. Уилсон // Проблемы трения и смазки. — 1976. — № 1. — С. 19.

3. Беретта, А. Подшипники скольжения, смазываемые собственным расплавом или продуктом сублимации / А. Беретта, Д. Ниро, Ф. Сильвестри // Труды Амер. о-ва инж.-мех. — 1992. — № 1. — С. 86–90.

4. Физические величины. Справочник / под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. — Москва : Энергоатомиздат, 1991. — 1232 с.

5. Рабинович, В. А. Краткий химический справочник / В. А. Рабинович, В. Я. Хавин. — Ленинград : Химия, 1991. — 432 с.

6. Перельман, В. И. Краткий справочник химика / В. И. Перельман. — Москва ; Ленинград : Химия, 1964. — 620 с.

7. Справочник по пайке / под ред. И. Е. Петрунина. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Машиностроение, 1984. — 576 с.

8. Котельницкая, Л. И. Расчет радиальных с эффективной работой на смазке с расплавом в турбулентном режиме / Л. И. Котельницкая, Н. Н. Демидова // Вестник Ростов. гос. ун-та путей сообщения. — 2002. — № 2. — С. 18–23.

9. Приходько, В. М. Математическая модель гидродинамической смазки при плавлении опорной поверхности радиального подшипника / В. М. Приходько, Л. И. Котельницкая // Трение и износ. — 2001. — Т. 22, № 6. — С. 606–608.

10. Ахвердиев, К. С. Об одном решении задачи о гидродинамической смазке жидкостью, образующейся при плавлении направляющей, при наличии принудительной смазки / К. С. Ахвердиев, Л. И. Котельницкая, Н. С. Воронин // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2002. — Т. 2, № 2 (12). — С. 99–103.

11. Ахвердиев, К. С. Установившееся движение вязкоупругой жидкости между наклонным ползуном и направляющей с учетом сил инерции смазочной композиции / К. С. Ахвердиев, И. А. Журба // Трение и износ. — 2004. — Т. 25, № 6. — С. 567–576.

12. Мукутадзе, М. А. Разработка системы расчетных моделей подшипников скольжения на основе развития гидродинамической и реодинамической теории смазки : дис. … д-ра техн. наук / М. А. Мукутадзе. — Ростов-на-Дону, 2015. — С. 363–383.

13. Akhverdiev, K. S. Radial bearing with porous barrel / K. S. Akhverdiev, M. A. Mukutadze, A. M. Mukutadze // Proceedings of Academic World : International Conference. — San Francisco : Institute of Research and Journals, 2016. — P. 28—31.

14. Analytical method for prognosis of values of micropolar lubrication criteria providing stable operation of radial sliding bearing / K. S. Akhverdiyev // Journal of Friction and Wear. — 2008. — Vol. 29, № 2. — P. 184–191.

References

1. Kropachev, D.Y., Grishin, A.A., Maslo, A.D. Sposoby operativnogo izmereniya temperatury rasplava metallov dlya nuzhd mashinostroitel'nykh predpriyatiy. [Ways of operative measurement of metals melt temperature for needs of machine-building enterprises.] Foundry and Metallurgy, 2012, no. 3 (66), pp. 126–127 (in Russian).

2. Wilson, R. Smazka s rasplavom. [Lubricant with melt.] Problemy treniya i smazki, 1976, no. 1, pp. 19 (in Russian).

3. Beretta, A., Niro, D., Sylvestry, F. Podshipniki skol'zheniya, smazyvaemye sobstvennym rasplavom ili produktom sublimatsii. [Plain bearings lubricated by their own melt or sublimation product.] ASME Proceedings, 1992, no. 1, pp. 86–90 (in Russian).

4. Grigoryeva, I.S., Meylikhova, E.Z., eds. Fizicheskie velichiny. Spravochnik. [Physical values. Reference book.] Moscow: Energoatomizdat, 1991, 1232 p. (in Russian).

5. Rabinovich, V.A., Khavin, V.Y. Kratkiy khimicheskiy spravochnik. [Quick reference book in chemistry.] Leningrad: Khimiya, 1991, 432 p. (in Russian).

6. Perelman, V.I. Kratkiy spravochnik khimika. [Chemist's quick reference book] Moscow; Leningrad: Khimiya, 1964, 620 p. (in Russian).

7. Petrunin, I.E., ed. Spravochnik po payke. [Reference book in soldering.] 2nd revised and enlarged ed. Moscow: Mashinostroenie, 1984, 576 p. (in Russian).

8. Kotelnitskaya, L.I., Demidova, N.N. Raschet radial'nykh s effektivnoy rabotoy na smazke s rasplavom v turbulentnom rezhime. [Analysis of radials with effective work on lubrication with melt in turbulent mode.] Vestnik RGUPS, 2002, no. 2, pp. 18–23 (in Russian).

9. Prikhodko, V.M., Kotelnitskaya, L.I. Matematicheskaya model' gidrodinamicheskoy smazki pri plavlenii opornoy poverkhnosti radial'nogo podshipnika. [A mathematical model of hydrodynamic lubrication when the radial bearing surface melts.] Friction and wear, 2001, vol. 22, no. 6, pp. 606–608 (in Russian).

10. Akhverdiev, K.S., Kotelnitskaya, L.I. Ob odnom reshenii zadachi o gidrodinamicheskoy smazke zhidkost'yu, obrazuyushcheysya pri plavlenii napravlyayushchey, pri nalichii prinuditel'noy smazki. [On a problem solution of hydrodynamic fluid lubrication formed under guide melting in the presence of forced lubrication.] Vestnik of DSTU, 2002, vol. 2, no. 2 (12), pp. 99–103 (in Russian).

11. Akhverdiev, K.S., Zhurba, I.A. Ustanovivsheesya dvizhenie vyazkouprugoy zhidkosti mezhdu naklonnym polzunom i napravlyayushchey s uchetom sil inertsii smazochnoy kompozitsii. [Steady state motion of a viscoelastic liquid between a tilt slider and a guide consistent with the lubricant inertia forces.] Friction and wear, 2004, vol. 25, no. 6, pp. 567–576 (in Russian).

12. Mukutadze, M.A. Razrabotka sistemy raschetnykh modeley podshipnikov skol'zheniya na osnove razvitiya gidrodinamicheskoy i reodinamicheskoy teorii smazki : dis. … d-ra tekhn. nauk. [System engineering of sliding bearings design models based on development of hydrodynamic and rheodynamic theory of lubrication: Dr.Sci. (Eng.) diss.] Rostov-on-Don, 2015, pp. 363–383 (in Russian).

13. Akhverdiev, K.S., Mukutadze, M.A., Mukutadze, A.M. Radial bearing with porous barrel. Proceedings of Academic World: International Conference. San Francisco: Institute of Research and Journals, 2016, pp. 28—31.

14. Akhverdiev, K.S. Analytical method for prognosis of values of micropolar lubrication criteria providing stable operation of radial sliding bearing. Journal of Friction and Wear, 2008, vol. 29, no. 2, pp. 184–191.

Поступила в редакцию 14.06.2017
Сдана в редакцию 14.06.2017
Запланирована в номер 17.07.2017

Received 14.06.2017
Submitted 14.06.2017
Scheduled in the issue 17.07.2017

Об авторах:

Ахвердиев Камил Самедович,
заведующий кафедрой «Высшая математика» Ростовского государственного университета путей сообщения (РФ, 344038, г. Ростов-на-Дону, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, д. 2), доктор технических наук, профессор,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5062-2612
vm@rgups.ru

Лагунова Елена Олеговна,
доцент кафедры «Высшая математика» Ростовского государственного университета путей сообщения (РФ, 344038, г. Ростов-на-Дону, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, д. 2), кандидат технических наук, доцент,
ORCID: http://orcid.org./0000-0002-2761-8068
lagunova@trambler.ru

Василенко Владимир Владимирович,
аспирант кафедры «Физика» Ростовского государственного университета путей сообщения (РФ, 344038, г. Ростов-на-Дону, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, д. 2),
ORCID : http://orcid.org/0000-0001-6096-4870
vvv_voen@rgups.ru

Authors:

Akhverdiev, Kamil S.,
head of the Higher Mathematics Department, Rostov State Transport University (RF, 344038, Rostov-on-Don, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya sq., 2), Dr.Sci. (Eng.), professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5062-2612
vm@rgups.ru

Lagunova, Elena O.,
associate professor of the Higher Mathematics Department, Rostov State Transport University (RF, 344038, Rostov-on-Don, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya sq., 2), Cand.Sci. (Eng.), associate professor,
ORCID: http://orcid.org./0000-0002-2761-8068
lagunova@trambler.ru

Vasilenko, Vladimir V.,
postgraduate student of the Physics Department, Rostov State Transport University (RF, 344038, Rostov-on-Don, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya sq., 2), Cand.Sci. (Eng.),
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-6096-4870
vvv_voen@rgups.ru